Stabilność obiektów liniowych

Stabilność obiektów liniowych

1) Czym jest stabilność?
2) Definicje stabilności
3) Kryteria stabilności układów ciągłych
    - Kryterium odpowiedzi skokowej
    - Kryterium Hurwitza
    - Kryterium Nyquista
    - Logarytmiczne kryterium Nyquista
    - Kryterium biegunów
        a) dla obiektów opisanych transmitancją
        b) dla obiektów opisanych w przestrzeni stanu
4) Stabilność układów dyskretnych
    - Kryterium odpowiedzi skokowej
    - Kryterium biegunów
        a) dla obiektów opisanych transmitancją
        b) dla obiektów opisanych w przestrzeni stanu
5) Stabilność vs. Stabilność

Czym jest stabilność

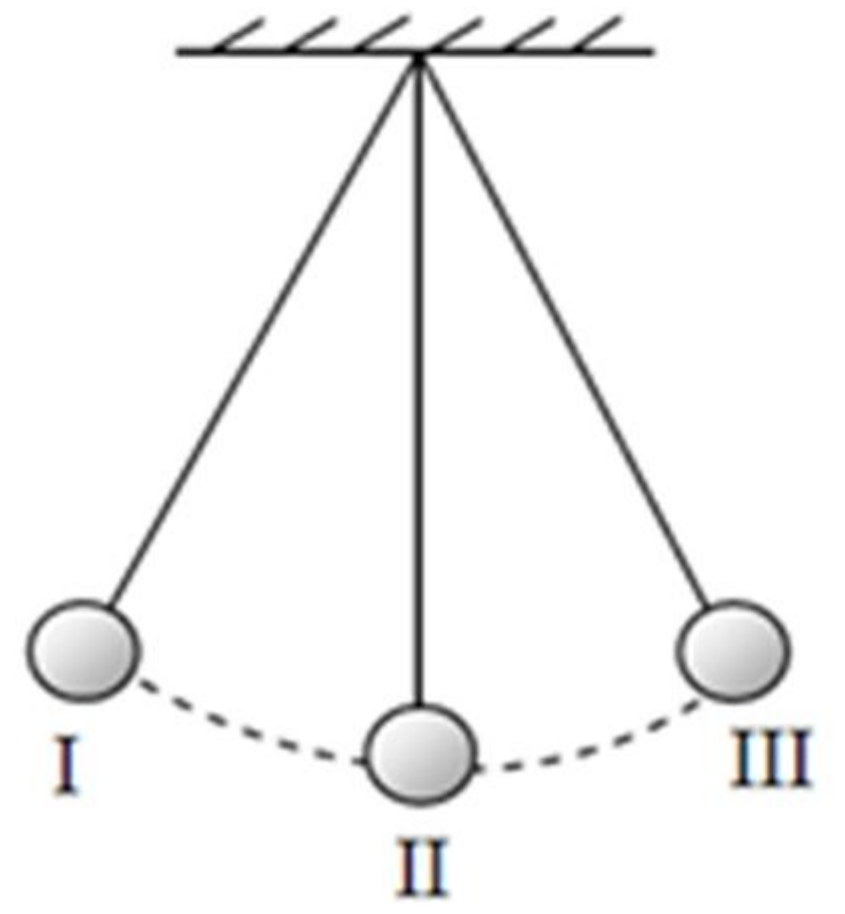
Stabilność układów automatycznej regulacji jest jedną z ich fundamentalnych właściwości. Stabilność jest podstawowym kryterium funkcjonowania efektywnego układu regulacji. Istnieje wiele podejść do definicji stabilności.

W ogólnym rozumieniu stabilność należy rozumieć jako stopniowe wytracanie energii zebranej wewnątrz rozpatrywanego obiektu. Źródłem tej energii naturalnie może być zewnętrze pobudzenie lub energia stanu początkowego.

Definicje stabilności

Stabilność a równowaga

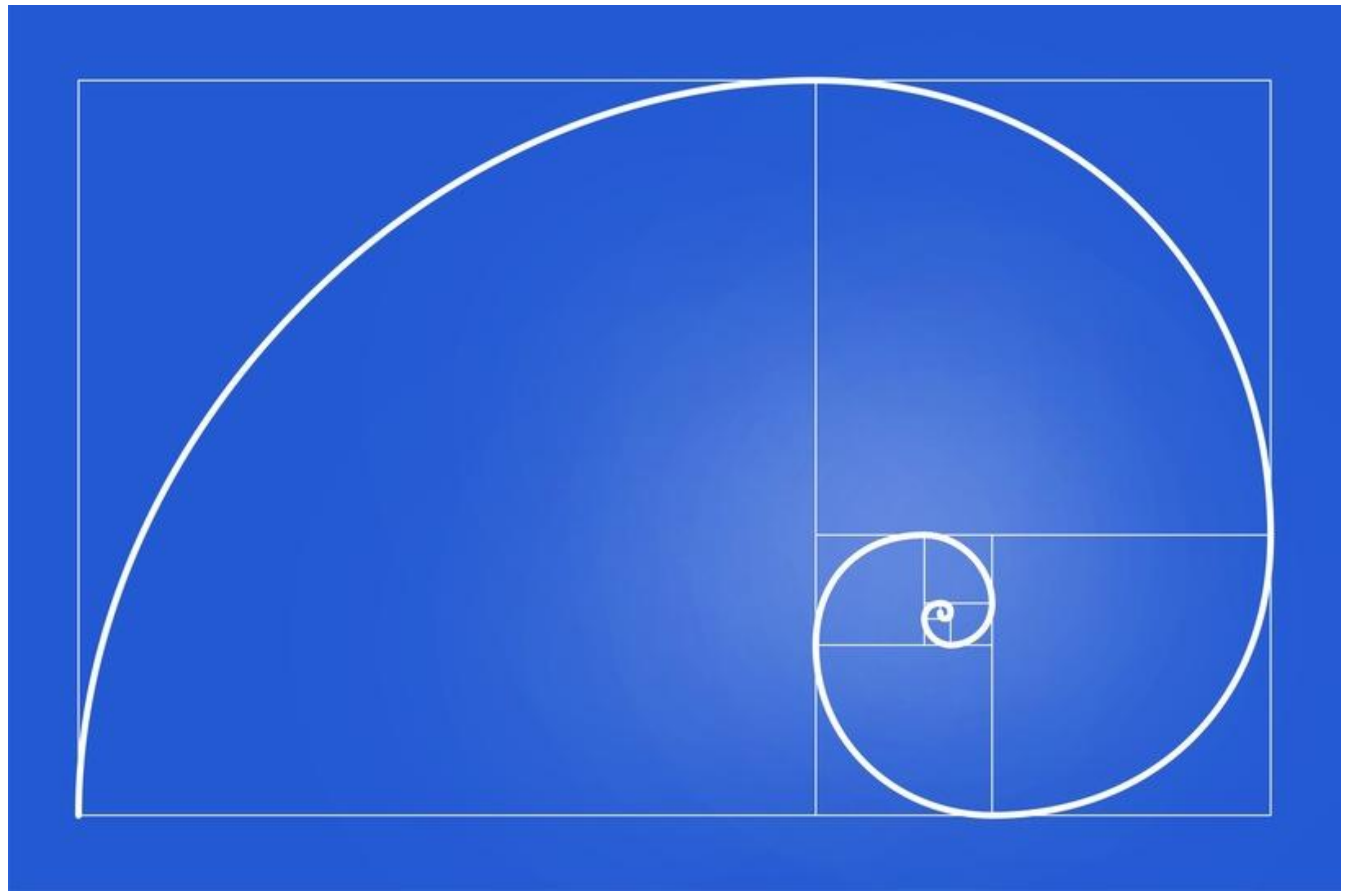
Stabilność stanowi niezbędny warunek pracy układu automatycznej regulacji mówiący o tym, że układ po wyprowadzeniu go ze stanu równowagi sam powraca do tego stanu.



Definicje stabilności

Stabilność w sensie BIBO

Układ dynamiczny jest **BIBO** stabilny jeżeli ograniczonemu sygnałowi wejściowemu odpowiada ograniczony sygnał wyjściowy.



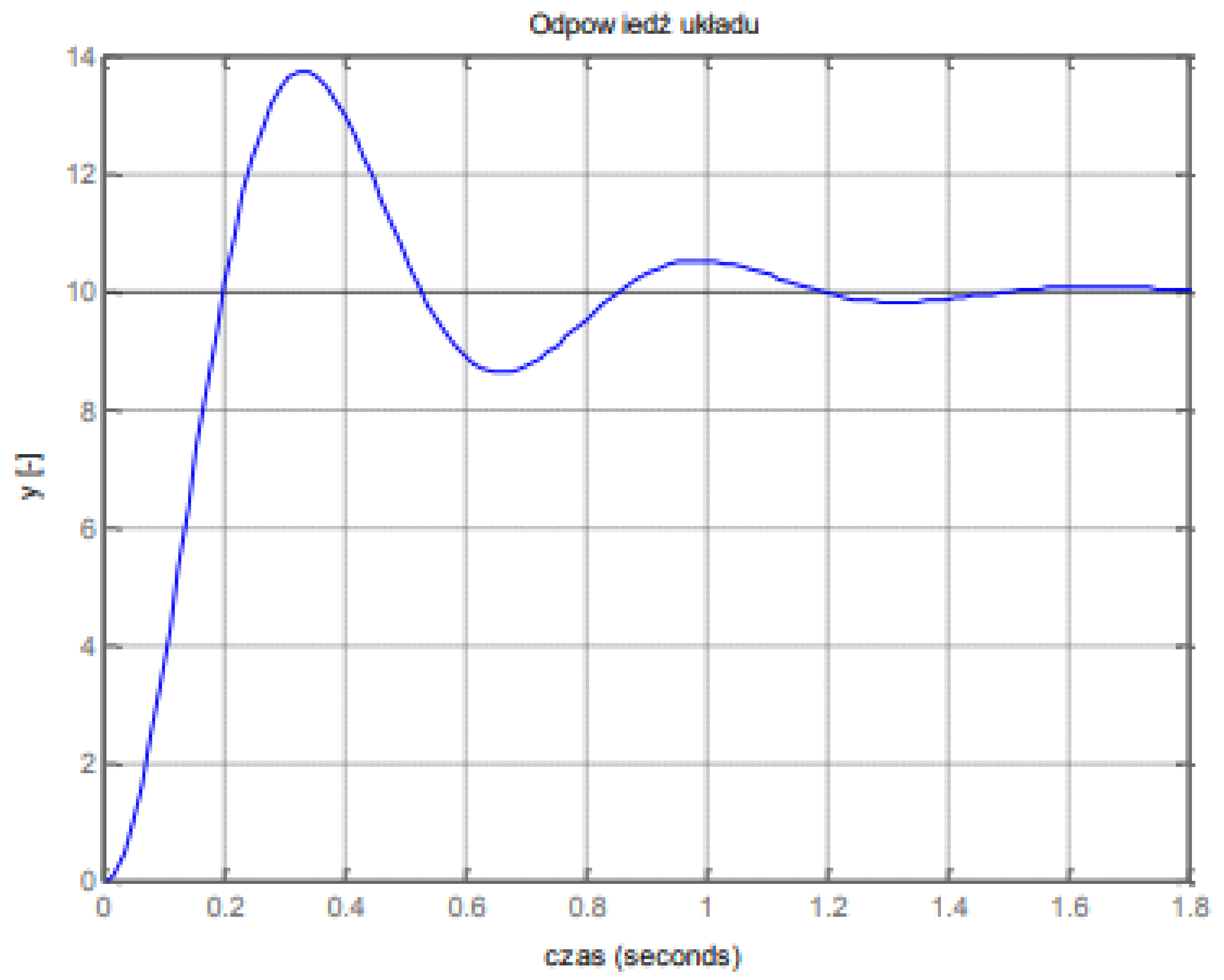
Kryteria Stabilności

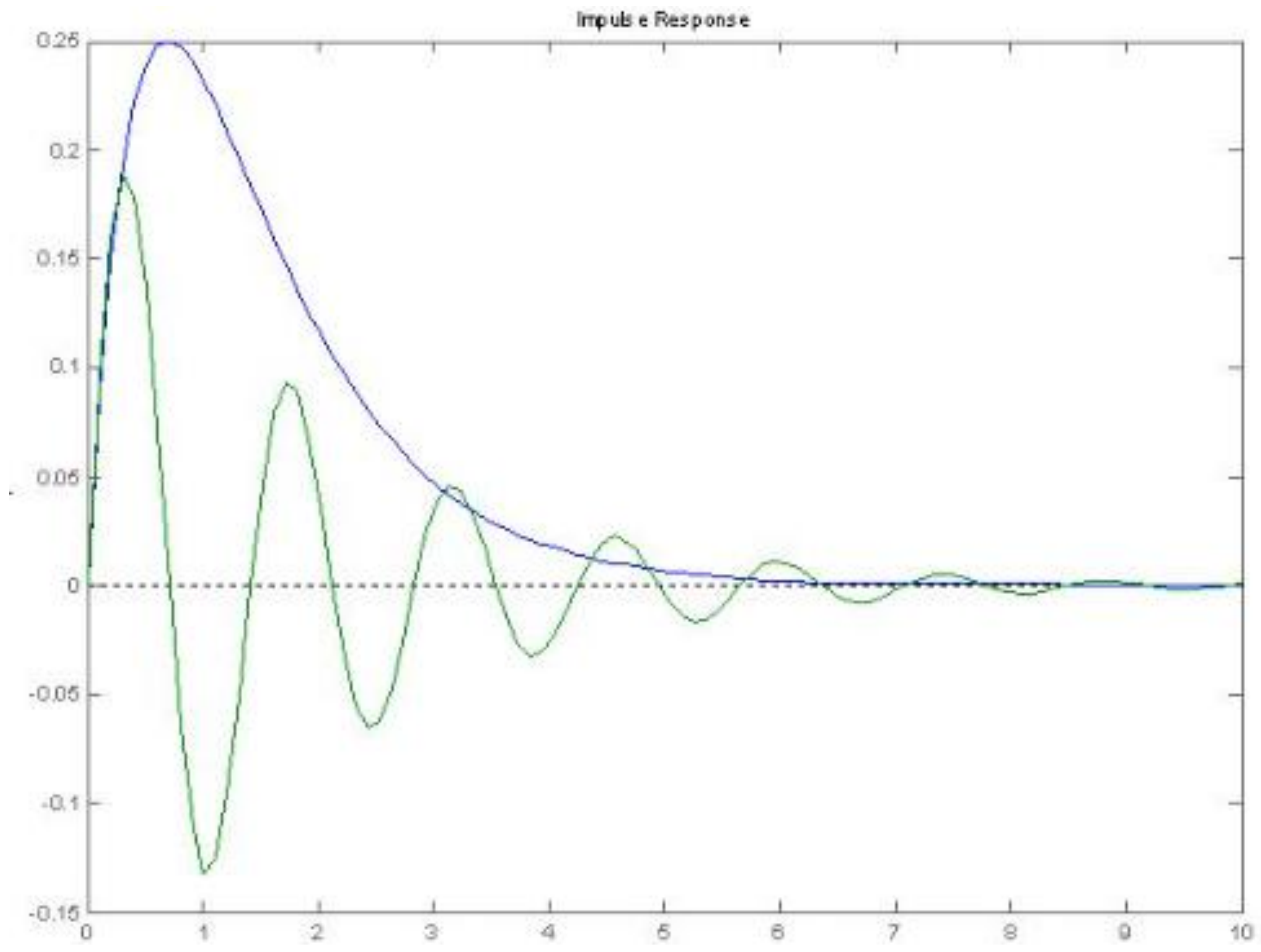
dla obiektów ciągłych

Dzięki wprowadzonym kryteriom stabilności projektanci łatwiej mogą uzyskać odpowiedź na pytanie o stabilność przyjętego matematycznego modelu układu. Wykorzystując niżej podane kryteria stabilności, można określić, czy układ jest stabilny na podstawie struktury i parametrów modelu, bez konieczności rozwiązywania równań modelu lub prowadzenia badań symulacyjnych.

Kryterium odpowiedzi skokowej

Układ zamknięty w odpowiedzi na skok jednostkowy powinien osiągać stan ustalony w czasie dążącym do nieskończoności.





Kryterium Hurwitza

Kryterium stosuje się w przypadku niemożności wyznaczenia pierwiastków równania charakterystycznego (np. ze względu na duży stopień równania).

$$M(s) = a_n s^n + \ldots + a_1 s + a_0 = 0$$

Pierwiastki równania charakterystycznego układu zamkniętego będą znajdować się w lewej półpłaszczyźnie (układ będzie stabilny), jeśli spełnione zostaną 2 warunki:

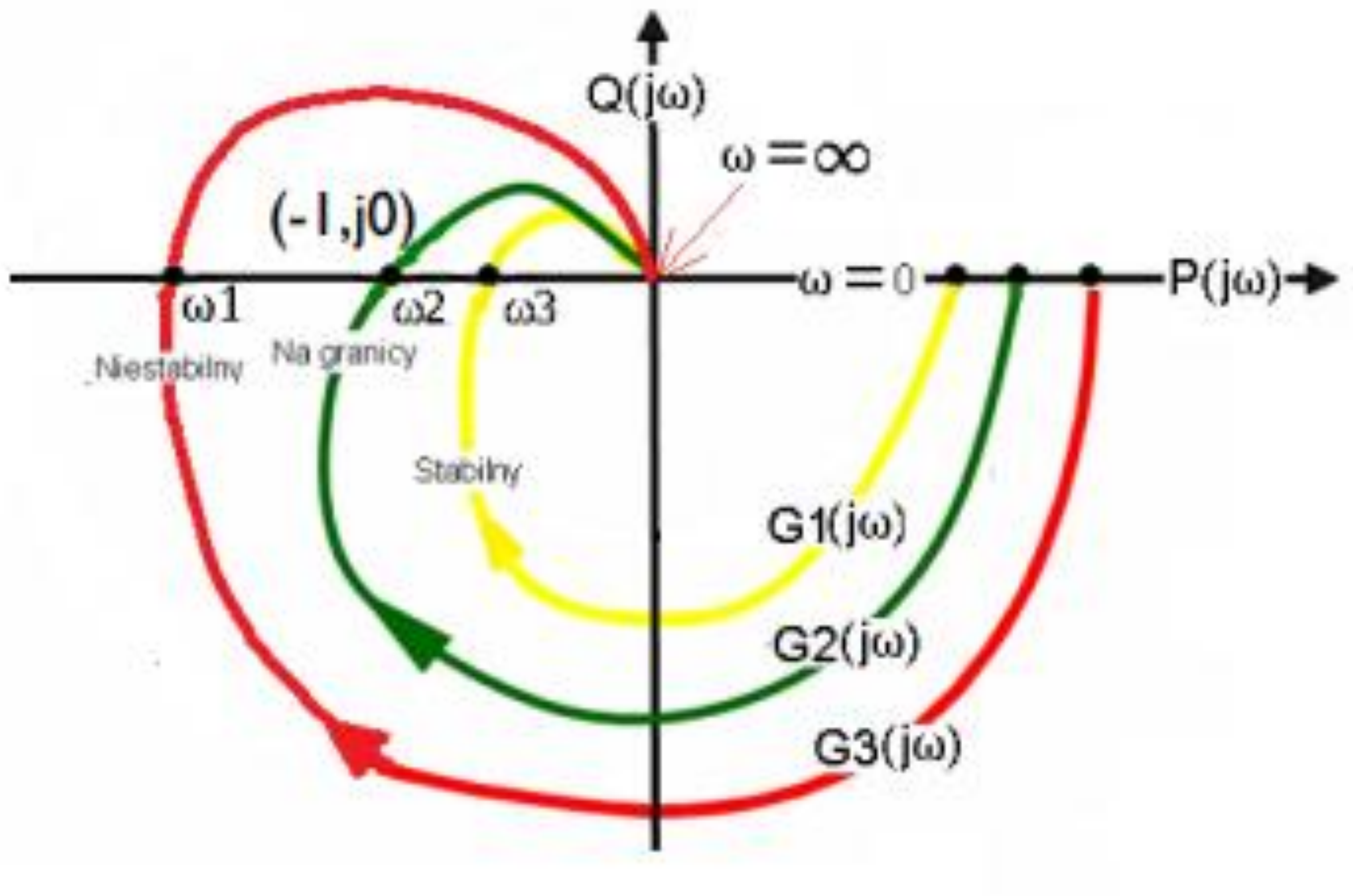
a) wszystkie współczynniki równania charakterystycznego muszą istnieć i mieć ten sam znak,
b) wszystkie podwyznaczniki wyznacznika głównego (posiadającego *n-1* wierszy i *n-1* kolumn) muszą być większe od 0

Kryterium Nyquista

Kryterium Nyquista pozwala na badanie stabilności jednowymiarowego układu zamkniętego na podstawie przebiegu wykresu funkcji układu otwartego

$$G_{otw}(j\omega) = G_R(j\omega)G_0(j\omega)$$

na płaszczyźnie zmiennej zespolonej.



Sformułowane przez Nyquista kryterium stabilności przedstawia się następująco: Jeżeli układ otwarty jest stabilny to układ zamknięty jest też stabilny wtedy i tylko wtedy, gdy wykres charakterystyki przy wzroście ω od 0 do ∞ nie obejmuje punktu o współrzędnych (-1, j0).

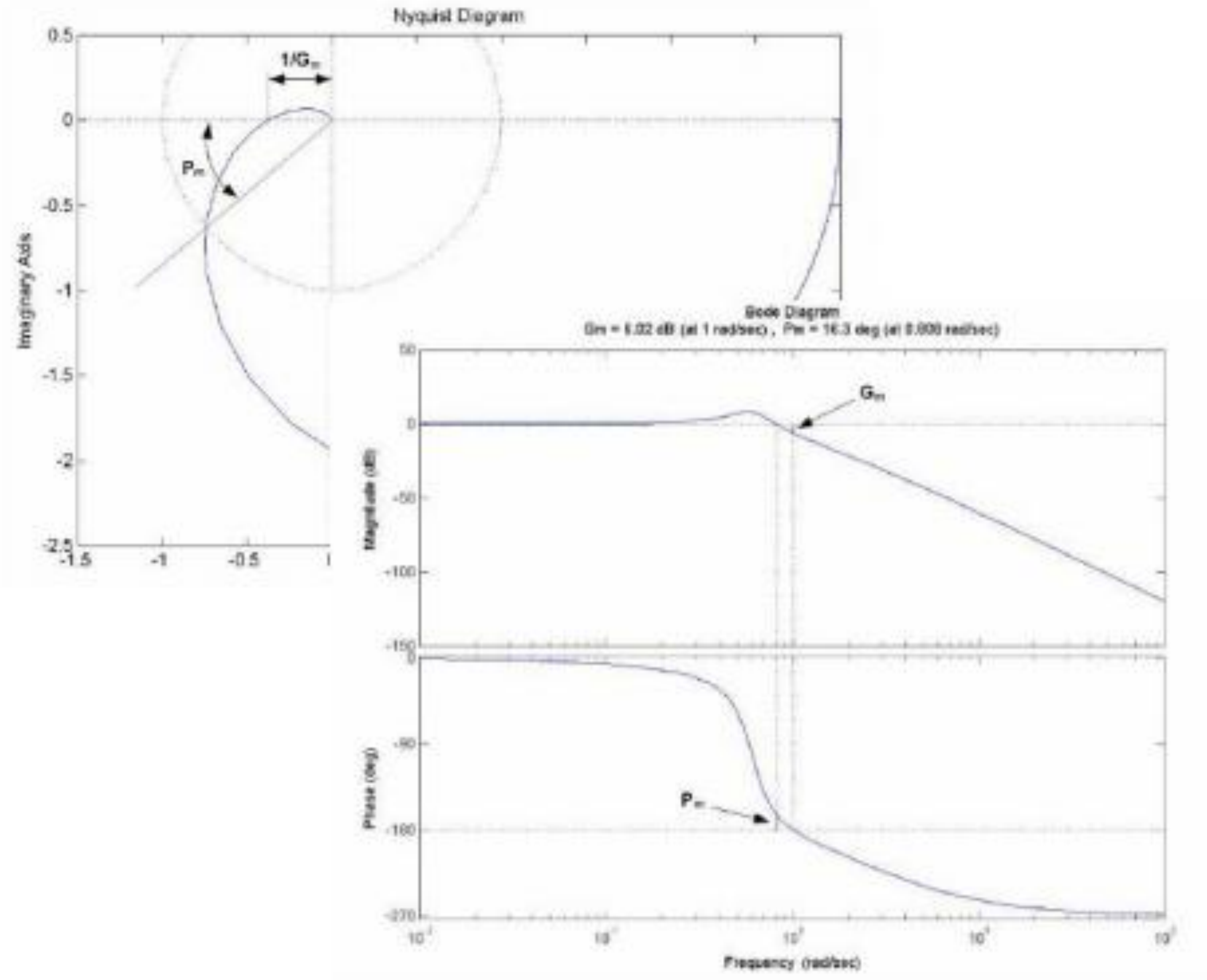
Logarytmiczne kryterium Nyquista

Układ zamknięty jest stabilny, jeżeli logarytmiczna charakterystyka amplitudowa układu otwartego

$$G_{otw}(j\omega) = G_R(j\omega)G_0(j\omega)$$

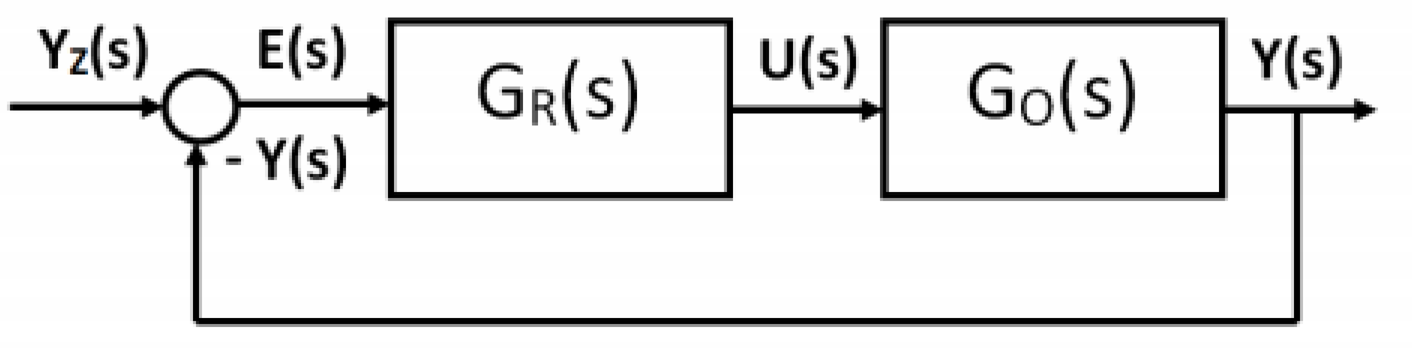
posiada wartość ujemną dla pulsacji odpowiadającej przesunięciu fazowemu o wartości -180^0.

Zapas wzmocnienia Gm (ang. gain margin) – wartość wzmocnienia, dla którego faza osiąga -180°



Kryterium biegunów

$$G(s) = \frac{Y(s)}{Y_Z(s)} = \frac{G_R(s)G_0(s)}{1+G_R(s)G_0(s)} = \frac{L(s)}{M(s)}$$



$$M(s) = 0 \Leftrightarrow 1 + G_R(s)G_0(s) = 0$$

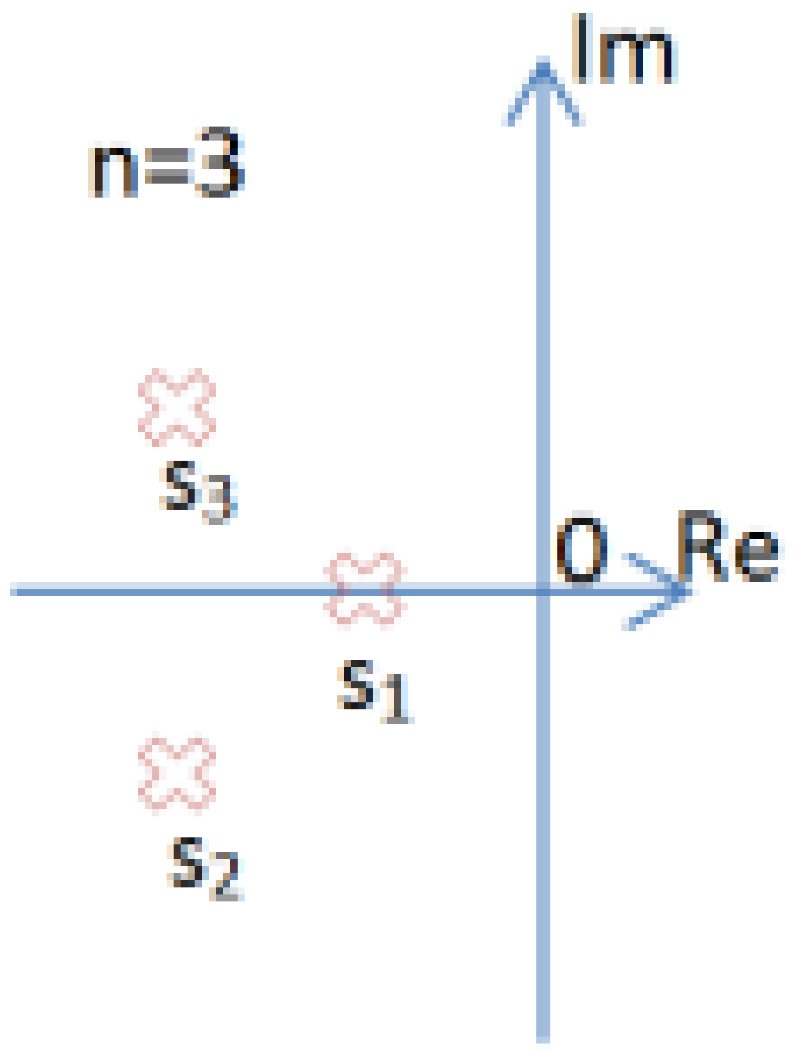
Wszystkie pierwiastki równania charakterystycznego układu zamkniętego powinny być ujemne, czyli znajdować się w lewej półpłaszczyźnie.

Kryterium biegunów

Transmitancja operatorowa

$$G(s) = \frac{Y(s)}{Y_Z(s)} = \frac{G_R(s)G_0(s)}{1+G_R(s)G_0(s)} = \frac{L(s)}{M(s)}$$

$$M(s) = 0 \Leftrightarrow 1 + G_R(s)G_0(s) = 0$$



Wszystkie pierwiastki s_1 ,s_2 ,s_3,…,s_n muszą mieć części rzeczywiste ujemne:

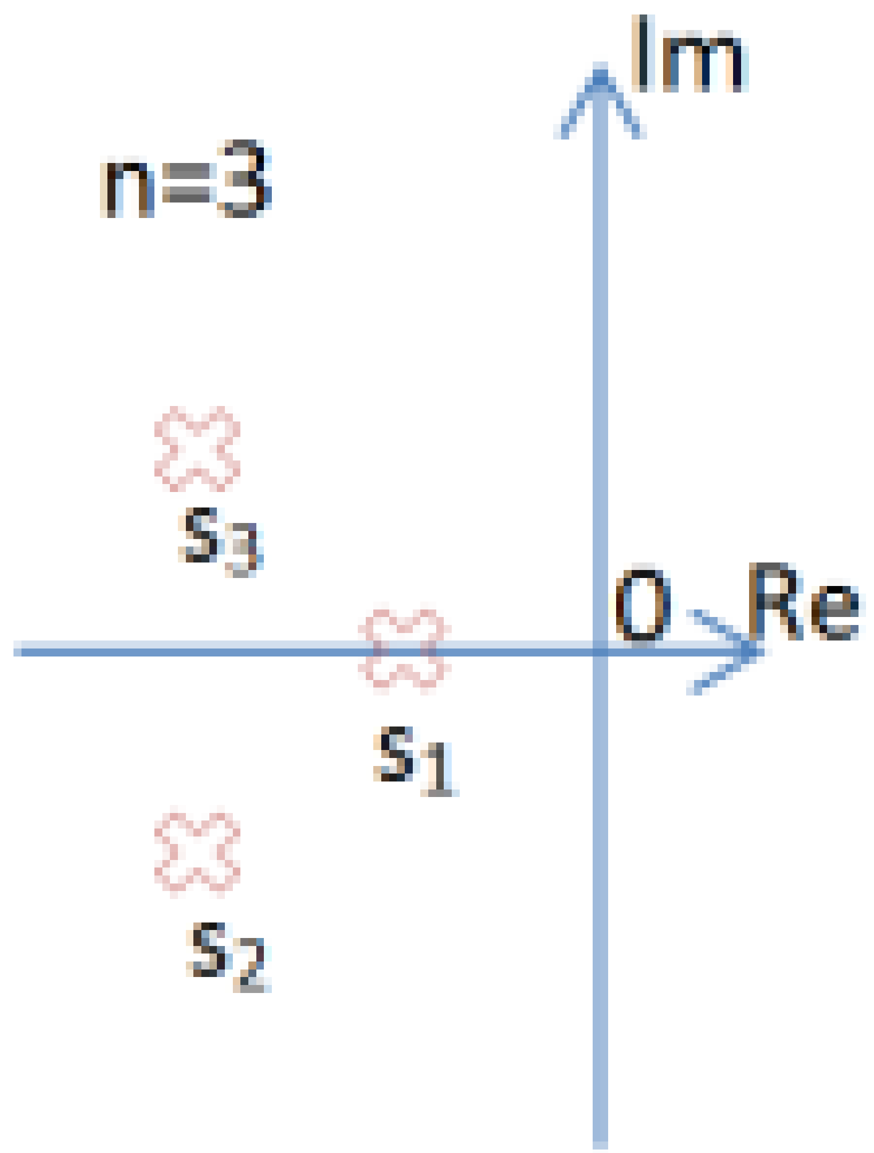
$Re(s_i)<0$

Kryterium biegunów

Przestrzeń stanu

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0$$



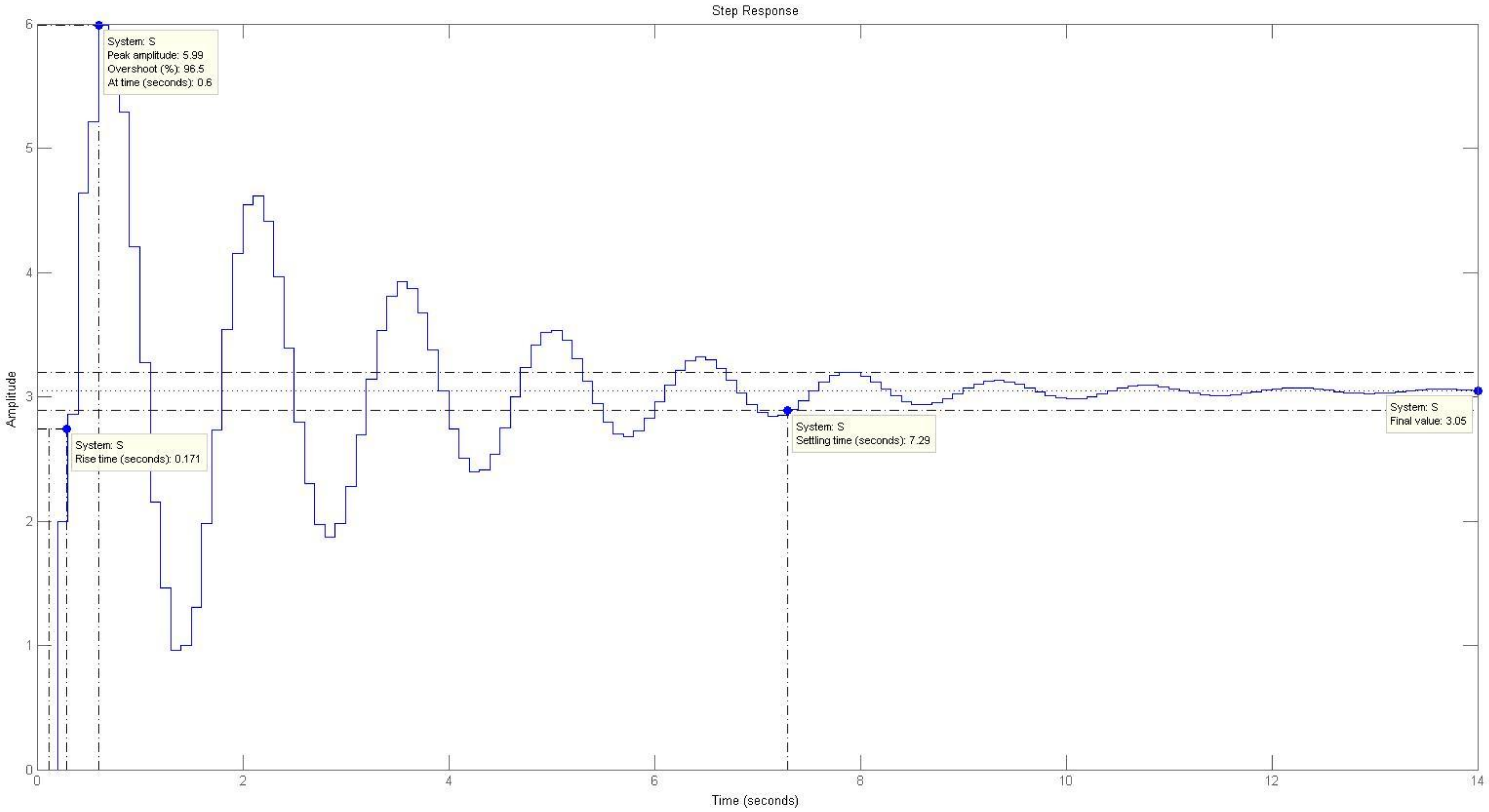
Macierz **A** opisuje transformację (zależność) między wektorem **x**(t) jego pochodną. Wartości własne o wartości Re(s_i)<0 jasno wskazują, że przyrost energii w obiekcie będzie ujemny. To bezpośrednio implikuje stabilność rozpatrywanego obiektu

Kryteria stabilności

dla obiektów dyskretnych

Do badania stabilności układów dyskretnych stosuje się odpowiednio zmodyfikowane kryteria przedstawione dla układów ciągłych. Zasadniczą różnicą jest fakt, że podczas gdy dla obiektów ciągłych odnosimy się przeważnie do zmiennej zespolonej s, tak w przypadku dyskretnym analityczne kryteria stabilności uzyskiwane są w oparciu o dyskretny operator z.

Kryterium odpowiedzi skokowej



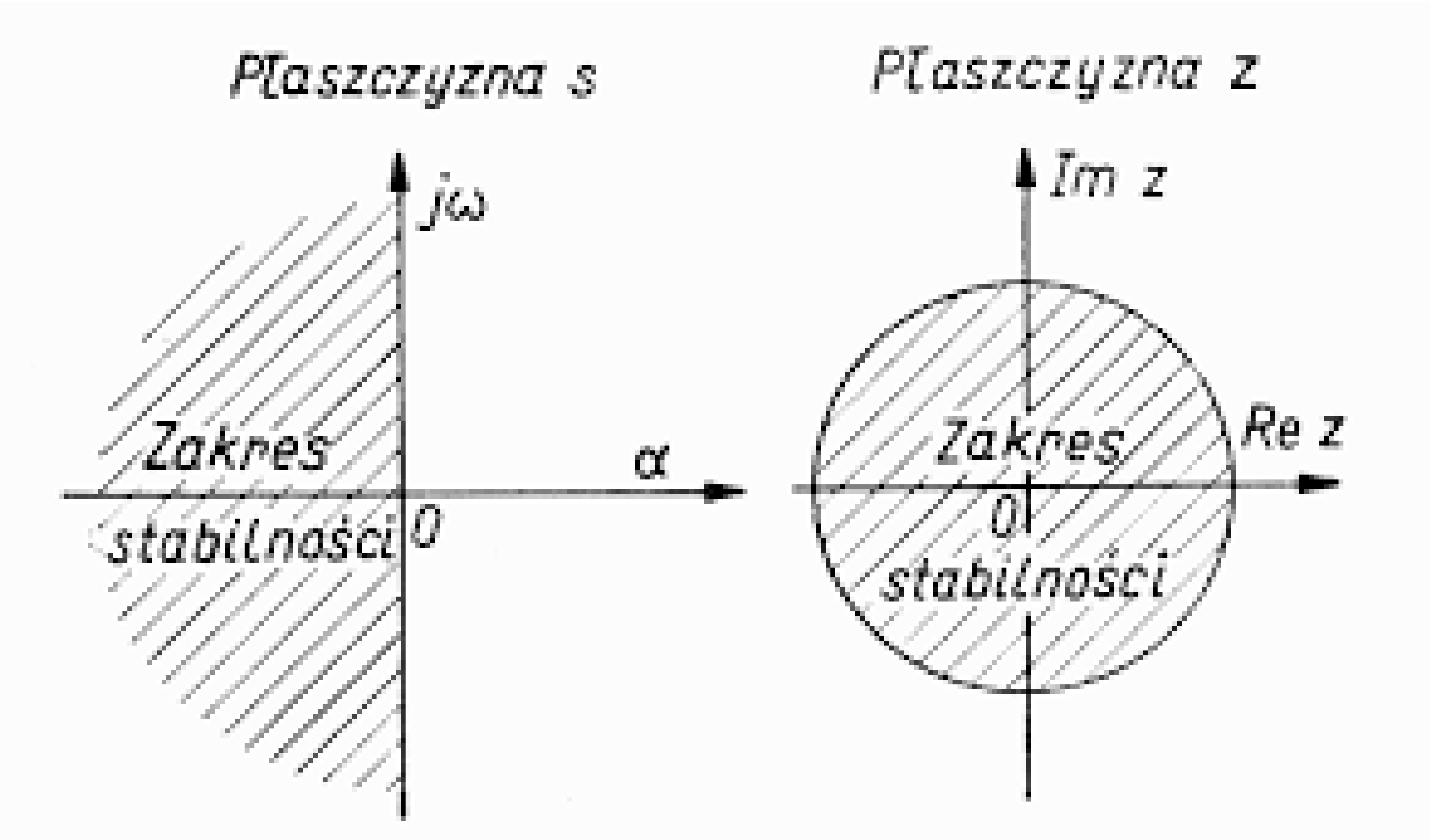
Kryterium biegunów

Transmitancja operatorowa

$$G(z) = \frac{Y(z)}{Y_Z(z)} = \frac{G_R(z)G_0(z)}{1 + G_R(z)G_0(z)} = \frac{L(z)}{M(z)}$$

$$M(z) = 0 \Leftrightarrow 1 + G_R(z)G_0(z) = 0$$

Wszystkie pierwiastki z_1 ,z_2 ,z_3,…,s_n muszą mieć moduł $|z_i|<1$.

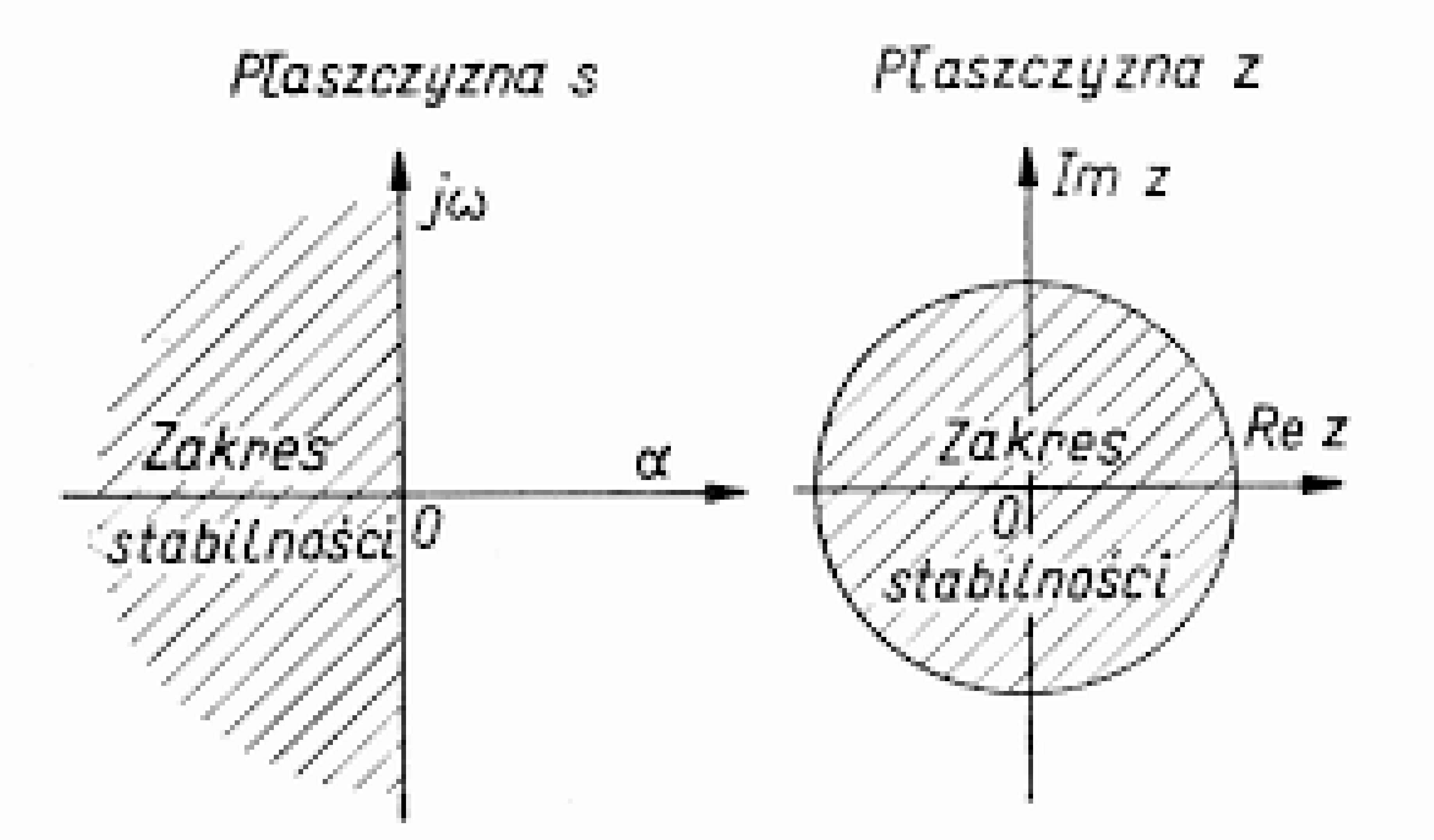


Kryterium biegunów

Przestrzeń stanu

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \end{cases}$$

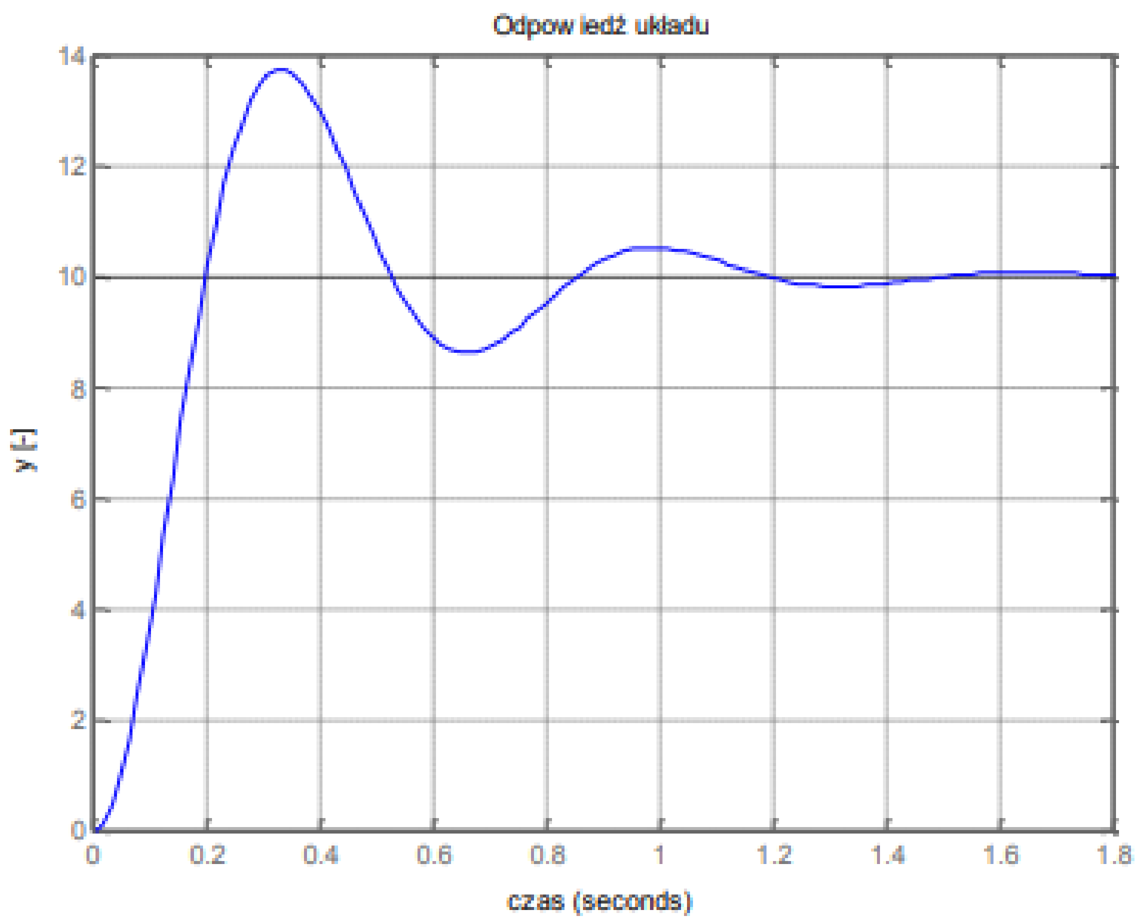
$$\det(z\mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0$$



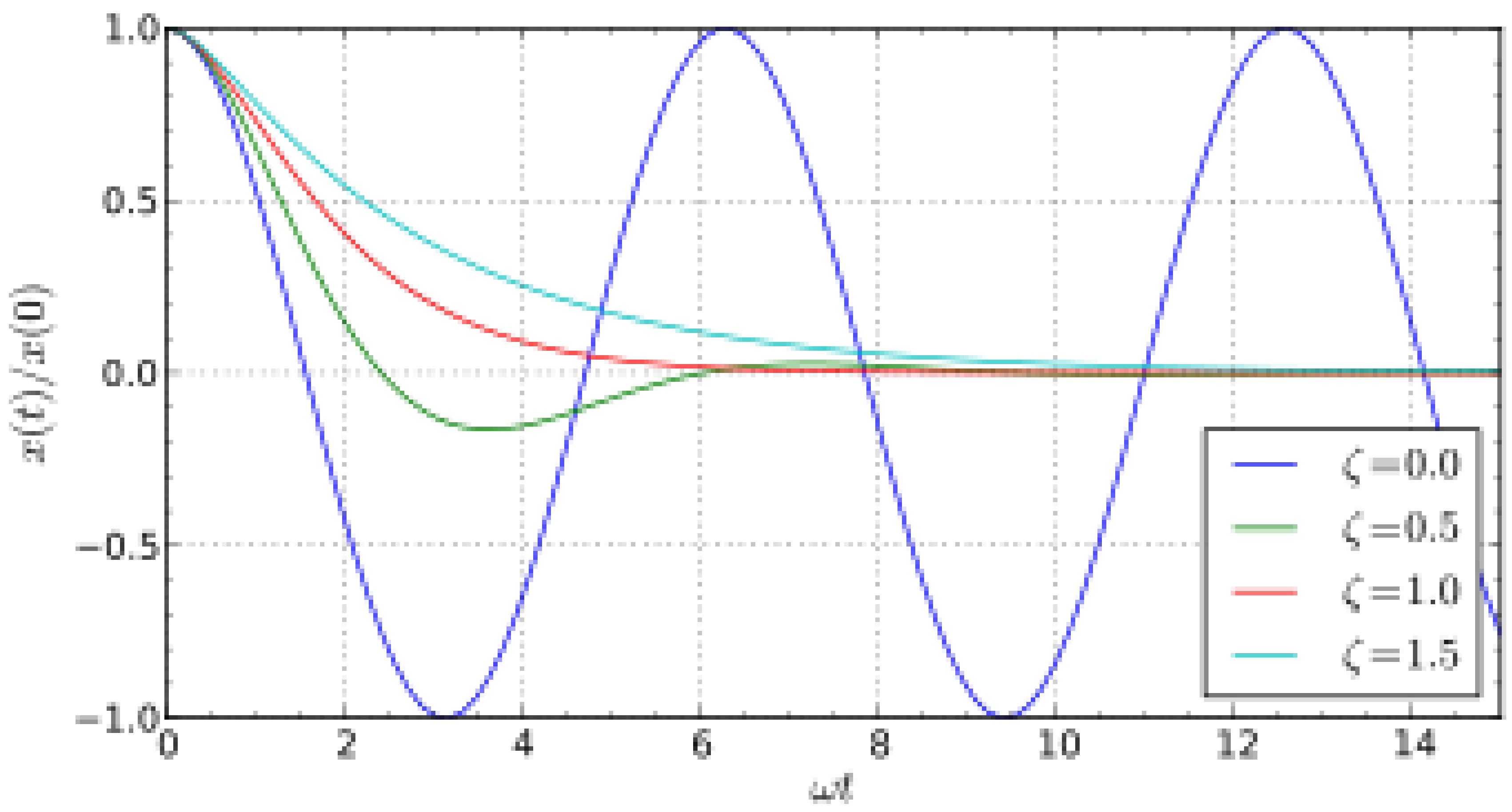
Macierz **A** opisuje transformację (zależność) między wektorem **x**(k) a jego wartością w kolejnej chwili czasowej Wartości własne o wartości $|z_i|<1$ jasno wskazują, że iloczyn energii w poszczególnych chwilach w obiekcie będzie ujemny. To bezpośrednio implikuje stabilność rozpatrywanego obiektu

Stabilność vs. Stabilność

Układ zamknięty w odpowiedzi na skok jednostkowy powinien osiągać stan ustalony w czasie dążącym do nieskończoności.



Układ dynamiczny jest **BIBO** stabilny jeżeli ograniczonemu sygnałowi wejściowemu odpowiada ograniczony sygnał wyjściowy.



Dziękuję za uwagę