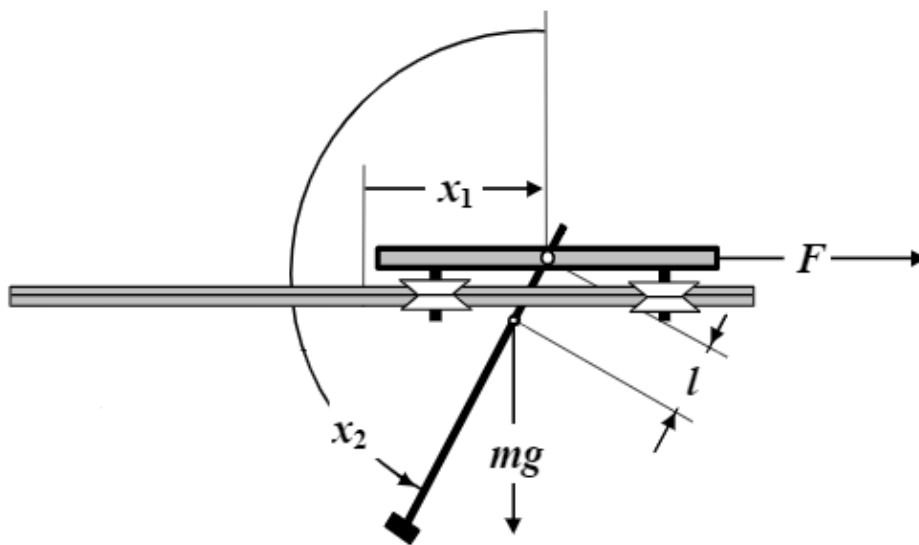


# Projektowanie i dobór nastaw regulatora PID w zadaniu sterowania wybranymi procesami przemysłowymi

Ćwiczenie ma na celu zaznajomienie z metodą projektowania kaskadowego układu regulacji obiektem wahadła odwróconego, z wykorzystaniem regulatorów PID. Dzięki zaprojektowaniu układu do regulowania wartości wychYLENIA wahadła w zadanym punkcie pracy udaje się uzyskać satysfakcjonujące wyniki, mimo znacznych nieliniowości rozpatrywanego obiektu.

## Wstęp teoretyczny

Odwrócone wahadło matematyczne jest obiektem fizycznym, często spotykanym w zadaniach sterowania. Jego niestabilny charakter oraz nieliniowość stanowią zasadnicze wyzwanie przy projektowaniu układu regulacji.



Odwrócone wahadło matematyczne daje się opisać następującymi wzorami:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3, \\ \dot{x}_2 &= x_4, \\ \dot{x}_3 &= \frac{a_1 w_1(x, u) + w_2(x) \cos x_2}{d(x)}, \\ \dot{x}_4 &= \frac{w_1(x, u) \cos x_2 + a_2 w_2(x)}{d(x)}, \end{aligned} \tag{1}$$

z których można odczytać, że wahadło to jest nieliniowym obiektem inercyjnym czwartego rzędu (z czterema zmiennymi stanu).

Co więcej, należy zauważyć, że występujące we wzorze (1) nieliniowe operatory definiuje się następująco:

$$\begin{aligned} w_1(x, u) &= k_1 u - x_4^2 \sin x_2 - k_2 x_3 \\ w_2(x) &= g \sin x_2 - k_3 x_4 \\ d(x) &= b - \cos^2 x_2 \end{aligned} \quad (2)$$

Układ powyższych równań opisuje model odwróconego wahadła matematycznego, przy założeniu że poszczególne parametry są równe

$$a_1 = \frac{J_p}{ml}, \quad a_2 = \frac{1}{l}, \quad b = a_1 a_2 = \frac{J_p}{ml^2}, \quad k_1 = \frac{p_1}{ml}, \quad k_2 = \frac{f_c - p_2}{ml}, \quad k_3 = \frac{f_p}{ml}. \quad (3)$$

Aby otrzymać kompletny model, należy się teraz odwołać do właściwości fizycznych obiektu, spisanych w tabeli:

	Opis	Jednostka
$m$	sumaryczna masa wózka i wahadła	0.872 [kg]
$l$	odległość osi obrotu od środka ciężkości	0.011 [m]
$f_c$	współczynnik tarcia dynamicznego	0.5 [Ns/m]
$f_s$	współczynnik tarcia statycznego	1.203 [N]
$f_p$	współczynnik tarcie obrotowego	$6.65 \cdot 10^{-5}$ [Nms/rad]
$J_p$	moment bezwładności wahadła względem osi jego obrotu	0.00292 [kgm <sup>2</sup> ]
$g$	grawitacja	9.81 [m/s <sup>2</sup> ]
$p_1$	stosunek siły sterowania do sygnału PWM	9.4 [N]
$p_2$	stosunek siły sterowania do prędkości wózka	-0.548 [Ns/m]
$m_c$	masa wózka	0.768 [kg]
$m_{pz}$	masa tyczki	0.038 [kg]
$m_{pw}$	masa obciążnika	0.014 [kg]
$R_l$	długość szyny	1.8 [m]
$l_p$	długość tyczki	0.5[m]
$l_{p0}$	odległość środka ciężkości od osi obrotu	0.107[m]
$l_c$	długość obciążnika	0.03 [m]
$l_{p10}$	odległość środka ciężkości obciążnika od osi obrotu	0.354 [m]
$J$	moment bezwładności skojarzony ze środkiem ciężkości	0.00282 [kg·m <sup>2</sup> ]

Dla tak opisanego układu rozróżniać będziemy jeden zasadniczy sygnał wejściowy (napęd wózka) oraz cztery sygnały wyjściowe: prędkość i położenie wózka, oraz prędkość kątową i wychylenie wahadła. W niniejszym ćwiczeniu zostanie zaprojektowany kaskadowy układ regulacji, mający na celu regulację jedynie położenia wózka oraz kąta wychylenia wahadła.

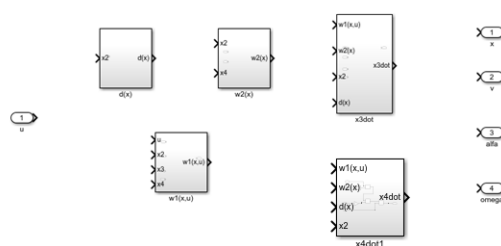
## Przebieg ćwiczenia

### I. Opracowanie modelu wahadła

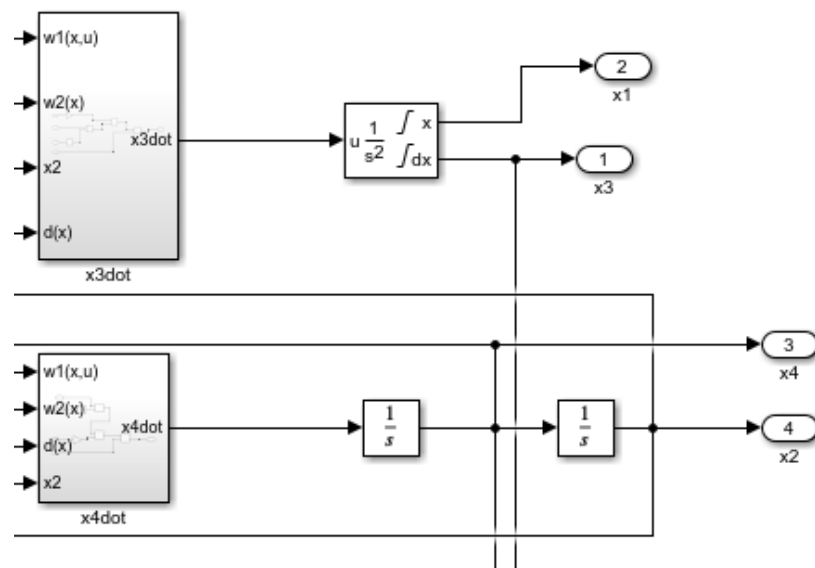
1. W środowisku Matlab/Simulink utworzyć nowy model symulacyjny. Wejść w konfigurację parametrów modelu (ctrl+E) i ustawić parametry solvera na fixed-time (czas solvera=0.001).
2. Utworzyć *subsystem* o nazwie *wahadlo*. Zmodyfikować liczbę widocznych terminatorów w taki sposób, aby ich liczba odzwierciedlała liczbę wejść i wyjść modelu wahadła. Nadać terminatorom nazwy odpowiadające nazwom sygnałów: *x*, *v*, *alfa*, *omega*.



3. Utworzyć maskę wahadła. W tym celu kliknąć PPM na subsystem, wybrać *create mask*. Przejść do zakładki *initialization*, wprowadzić tutaj deklaracje wartości wszystkich parametrów zawartych w tabeli przedstawionej na początku instrukcji oraz formuły z równania (3).
4. Przejść do zakładki *Parameters & Dialog*, dodać cztery parametry typu *Edit* oraz nazwać je odpowiednio *x0*, *v0*, *alfa0*, *omega0* – odbywać się tutaj będzie deklaracja warunków początkowych.
5. Wejść pod maskę subsystemu wahadła. Stworzyć trzy subsystemy odpowiadające równaniom przedstawionym w (2). Oszacować liczbę zmiennych wejściowych i wyjściowych każdego z bloków. Analogicznie do punktu 2 dodać odpowiednio podpisane terminatory wejściowe i wyjściowe
6. Zrealizować równania, które powinny znaleźć się wewnątrz poszczególnych subsystemów. Dodać kolejne dwa subsystemy realizujące dwa ostatnie równania przedstawione w (1).



7. Wykonać połączenia pomiędzy poszczególnymi wejściami i wyjściami subsystemów. Uzupelnic układ o człony realizujące całkowanie – w przypadku zmiennych  $x_1$  i  $x_3$  należy zastosować całkowanie drugiego rzędu z możliwością ograniczenia całkowania.



8. W integratorach wpisz nazwy warunków początkowych wynikających z modelu. W bloku podwójnego całkowania ustaw ograniczenia położenia wózka zgodnie z długością szyny. W tym celu wykorzystaj parametry stworzone w pkt. 4 instrukcji, wchodzące w skład maski.

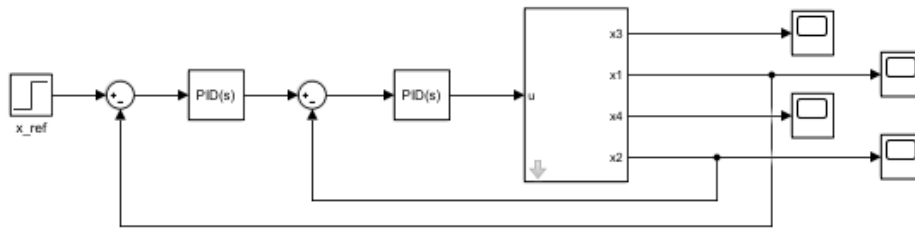
9. Zweryfikować działanie modelu dla różnych wartości początkowych zmiennych stanu – zmienianych z poziomu maski. Dla zerowych wartości początkowych wszystkie zmienne powinny pozostać zerowe. Dla kąta wychylenia równego  $\pi$  układ również powinien pozostać w bezruchu.

10. Przeprowadzić symulację dla różnych wartości początkowego kąta wychylenia. Zaobserwować, czy wartość kąta wychylenia dąży do wartości  $\pi$  lub  $-\pi$ . Kąty te odpowiadają pozycji dolnej wahadła odwróconego. Kąt wychylenia 0 jest górnym położeniem równowagi wahadła.

11. Dla odpowiedzi swobodnej zaobserwować dynamikę obiektu oraz zmierzyć czas trwania okresu drgań zamodelowanego wahadła. Otrzymaj wartość zanotować i przedstawić w sprawozdaniu.

## II. Opracowanie układu regulacji

12. Utworzyć kaskadowy układ regulacji. W tym celu dodaj do układu dwa regulatory – jeden odpowiedzialny za utrzymanie wahadła w zadanym wychylaniu, drugi odpowiedzialny za utrzymanie wózka w zadanym miejscu szyny. Układ należy zaprojektować w ten sposób, aby regulator odpowiedzialny za utrzymanie wózka w zadanej pozycji generował pewną wartość referencyjną kąta wychylenia, która będzie utrzymywana przez drugi (szybszy) z regulatorów.



13. Tymczasowo przerwać działanie części układu regulacji odpowiedzialnej za utrzymanie wózka w zadanym położeniu – usunąć połączenie między zewnętrznym regulatorem a blokiem sumatora. Dla małych wartości początkowych wychylenia wahadła dobrać parametry regulatora PID. Strojenie regulatora można wykonać obserwując zależność wartości zadanej i wartości otrzymywanej na wyjściu. W tym celu należy dodać *scope*, dodać możliwość wprowadzenia dwóch sygnałów (w zależności od wersji wymagane może być użycie bloku *mux*).

14. Utworzyć moduł odpowiedzialny za badanie całki kwadratu uchybu dla wartości kąta wychylenia wahadła.

15. Zbadać graniczną wartość wychylenia początkowego, dla którego regulator jest w stanie utrzymać wartość zadaną. W związku z tym, że wahadło jest obiektem nieliniowym, dobierany regulator będzie działał właściwie tylko w otoczeniu punktu pracy, dla którego jest projektowany, dlatego ważne jest tutaj dobranie nastaw podczas pracy w okolicach punktu równowagi.

16. Przywrócić działanie pętli sprzężenia odpowiedzialnej za utrzymanie wózka w zadanym położeniu. Dobrać nastawy regulatora tak, aby maksymalna wartość na wyjściu regulatora nie była większa niż maksymalna wartość przy której regulator utrzymujący kąt wychylenia działa prawidłowo.

Uwaga: może się okazać, że należy zastosować dodatnie sprzężenie zwrotne lub ujemne wartości nastaw regulatorów!

17. Zbadać wartość całki kwadratu uchybu położenia. W tym celu zrealizować układ podobny do tego z pkt. 14. Przeprowadzić symulację i zanotować wartości uzyskanych wskaźników jakości.

18. Zmieniać jednocześnie jeden parametr regulatorów obserwując zmianę wskaźnika jakości obrazującego działanie danego regulatora. Jeżeli dokonana zmiana polepszyła wskaźnik - wykonać ponownie taką samą zmianę. Jeżeli zmiana skutkowałą pogorszeniem – cofnąć zmianę i wykonać ją w przeciwnym kierunku. Jeżeli zmiana parametru nie przynosi wymiernych korzyści, zmienić parametr którego wartości były dobierane. Dokonać poprawy dla każdego z parametrów regulatorów ( $P, I, D$ ) co najmniej raz. Ponownie zanotować wartości wskaźników jakości.

### III. Optymalizacja układu sterowania

19. Upewnić się, że zainstalowane są przyborniki *Optimization Toolbox* oraz *Global Optimization Toolbox*. W tym celu wpisać polecenie *ver* w linię komend.

20. Uruchomić *Optimization Toolbox* wywołując polecenie *Optimtool*

21. W polu *solver* wybrać metodę *fminsearch*. Zauważyć, że do wywołania ta metoda wymaga dwóch argumentów: funkcji celu oraz warunków początkowych.

22. Utworzyć funkcję celu. W tym celu utworzyć nowy skrypt pakietu Matlab, w pierwszej linii zadeklarować prototyp funkcji *function y = cost\_function(x)*. Zapisać plik jako m.plik o nazwie *cost\_function*.

23. W funkcji celu zadeklarować 6 zmiennych globalnych odwzorowujących kolejne nastawy obu regulatorów. W tym celu wykorzystać składnię *global*.

24. Zadeklarować bazę dla algorytmu optymalizacji. Dla każdej z nastaw regulatorów dodać polecenie *assignin('base','param\_name',x(n))* dla wszystkich  $n=1\dots 6$  parametrów regulatora. W miejsce *param\_name* wpisać symboliczną nazwę danego parametru regulatora.

25. Rozszerzyć układ w simulinku o bloki wysyłające wartość całki kwadratu uchybu regulacji do przestrzeni roboczej Matlab. Odpowiednie wartości całek wyeksportować jako *x\_error* oraz *alfa\_error*. Upewnić się, że zmienne eksportowane są w formacie *array*.

26. W funkcji celu wywołać symulację układu wahadła. W tym celu dodać polecenie *W=sim('nazwa modelu',30)*. Oznacza to, że układ będzie symulowany do 30 sekundy.

27. Ustawić wartość wyjściową *y* funkcji celu. W tym celu w ostatniej linii funkcji celu wpisać polecenie *y=W.x\_error(end)+W.alfa\_error(end)*.

28. Zapisać funkcję celu oraz wpisać jej nazwę w przybornik optymalizacyjny. Zgodnie z numeracją przyjętą w pkt. 24 przypisać w oknie *Optimization Tool* wartości początkowe optymalizacji. Jako wektor zmiennych należy wpisać tutaj wartości parametrów regulatorów, które zostały uzyskane w pkt. 18.

29. W linii komend jednorazowo zmodyfikować wszystkie parametry zadeklarowane w punkcie 24 tak, aby posiadały zerowe wartości. Upewnić się, że zmienne te widoczne są w przestrzeni roboczej.

30. W modelu symulacyjnym zastąpić wartości parametrów regulatorów za pomocą zmiennych globalnych zadeklarowanych w pkt. 23. Te same nazwy powinny mieć zmienne, które zostały ręcznie wprowadzone w pkt. 29.

31. Uruchomić optymalizację wykorzystującą algorytm *fminsearch*. Działanie algorytmu może zająć dużo czasu w zależności od mocy obliczeniowej komputera. W każdym momencie można przerwać optymalizację, a wyniki ostatniej iteracji zostaną zwrócone jako wynik.

32. Uruchomić ponownie symulację układu regulacji, wykorzystując parametry zwrócone przez proces optymalizacji. Zbadać przebiegi kontrolowanych zmiennych oraz zanotować wartość wskaźników jakości.

#### **Zadania na 5:**

32 Zmienić *solver* w przyborniku optymalizacyjnym na Genetic Algorithm. Wpisać nazwę funkcji celu zadeklarowanej wcześniej. Wskazać liczbę zmiennych względem których dokonywana będzie optymalizacja.

33. W polu *Hybrid Function* wybrać funkcję *fminsearch*, w opcjach funkcji zadeklarować *'TolX',1e-16,'TolFun',1e-16*. Uruchomić działanie algorytmu genetycznego. Jego działanie, podobnie jak w przypadku poprzedniej optymalizacji, może zająć dużo czasu.

34. Po upłygnięciu rozsądnego czasu zatrzymać optymalizację i uruchomić model symulacyjny. Zanotować otrzymane wartości wskaźników jakości. W przypadku otrzymania błędów optymalizacji zastosować się do instrukcji zwracanych przez oprogramowanie.